

Méthodes mathématiques pour physiciens I

Série 11

Echauffement Revoir les séries 9 et 10 et les techniques qui y sont contenues.

Exercice 1. Soit l'équation d'évolution d'un oscillateur harmonique

$$\ddot{y} + \omega^2 y = 0,$$

avec $\omega > 0$.

1. Ecrire cette équation différentielle sous la forme d'un système dynamique, $\dot{z} = Az$.
2. Calculer la solution générale $z(t)$ puis extraire la solution générale $y(t)$ de l'équation différentielle.
3. Discuter la forme des solutions.

Exercice 2. Soit l'équation différentielle

$$\ddot{y} + \dot{y} - y = 0.$$

Ecrire cette équation sous la forme d'un système dynamique. Trouver son point fixe et déterminer la direction stable et la direction instable.

Exercice 3. Soit l'équation d'un oscillateur harmonique amorti

$$\ddot{y} + 2k\dot{y} + \omega^2 y = 0,$$

avec $\omega, k > 0$. Trouver la solution générale de cette équation différentielle et esquisser la forme des solutions dans les cas suivants :

1. $0 < k < \omega$,
2. $k > \omega$,
3. $k = \omega$.

Exercice 4. Résoudre l'équation différentielle linéaire suivante,

$$y'' + 2y' + y = \sin x.$$