

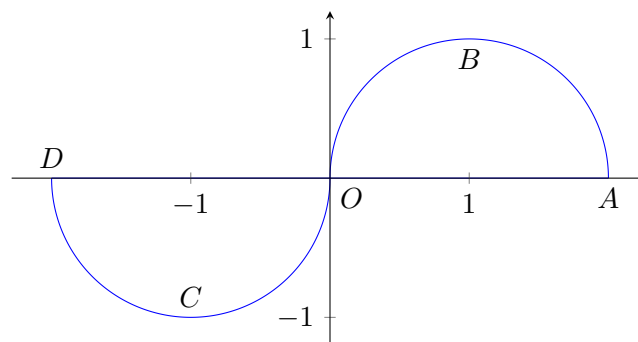
Méthodes mathématiques pour physiciens I

Série 12

Echauffement

1. Trouver une paramétrisation pour un cercle de rayon r .
2. Calculer la longueur d'un cercle de rayon r .

Exercice 1. Soit la courbe représentée par le schéma suivant :



1. Trouver une paramétrisation de la courbe ABOCDOA.
2. Calculer sa longueur.

Exercice 2.

1. Calculer la longueur d'un pas de vis de rayon r , de pas a et faisant n tours.
Indication : Commencer par trouver une paramétrisation de la courbe.
2. Calculer la longueur du chemin

$$f : [0, \ln 2] \rightarrow \mathbf{R}$$
$$t \mapsto (t, \cosh t) .$$

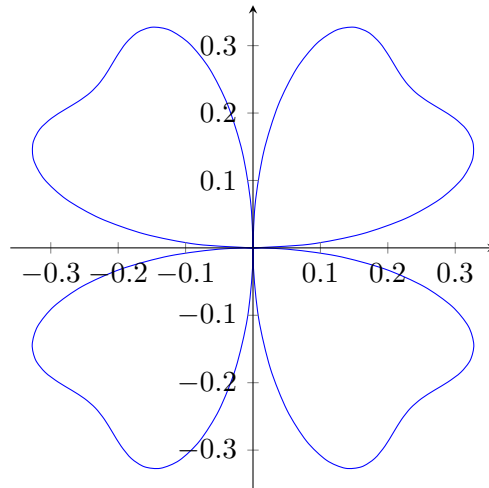
Exercice 3. Soit le chemin de \mathbf{R}^2 donné en coordonnées polaires par

$$r(t) = t, \qquad \theta(t) = t,$$

pour $t \in [0, 4\pi]$.

1. Esquisser ce chemin.
2. Calculer la longueur de ce chemin.

Exercice 4. Soit γ la courbe représentée par le dessin du trèfle,



dont une paramétrisation est donnée en coordonnées polaires par :

$$\begin{aligned}\gamma : [0, 2\pi) &\rightarrow \mathbf{R}^+ \times [0, 2\pi) \\ t &\mapsto (\sin(t) \cos(t) h(t), t) ,\end{aligned}$$

avec

$$\begin{aligned}h : [0, 2\pi) &\rightarrow \mathbf{R}^+ \\ t &\mapsto 1 + \frac{1}{2} \cos(4t) .\end{aligned}$$

Calculer l'intégrale

$$I = \int_{\gamma} f \cdot ds ,$$

pour f donnée par :

$$\begin{aligned}f : \mathbf{R}^2 &\rightarrow \mathbf{R}^2 \\ (x, y) &\mapsto \left(-\frac{y}{x^2 + y^2}, \frac{x}{x^2 + y^2} \right) .\end{aligned}$$

Exercice de mécanique. Soit f l'unique force agissant sur une particule ponctuelle de masse m . Montrer que, en mécanique classique, le travail de f est égal à la variation de l'énergie cinétique de la particule.