

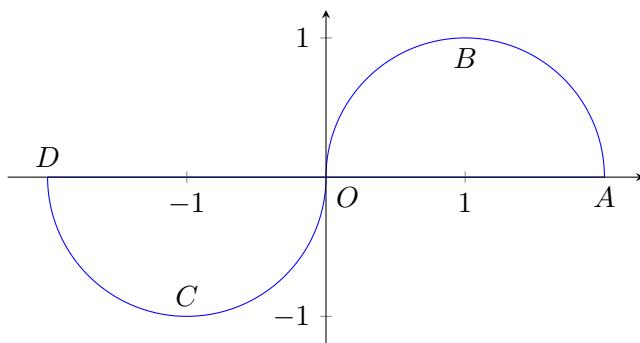
# Méthodes mathématiques pour physiciens I

## Série 12

### Echauffement

1. Trouver une paramétrisation pour un cercle de rayon  $r$ .
2. Calculer la longueur d'un cercle de rayon  $r$ .

**Exercice 1.** Soit la courbe représentée par le schéma suivant :



1. Trouver une paramétrisation de la courbe ABOCDOA.
2. Calculer sa longueur.

**Exercice 2.**

1. Calculer la longueur d'un pas de vis de rayon  $r$ , de pas  $a$  et faisant  $n$  tours.  
Indication : Commencer par trouver une paramétrisation de la courbe.
2. Calculer la longueur du chemin

$$\begin{aligned} f : [0, \ln 2] &\rightarrow \mathbf{R} \\ t &\mapsto (t, \cosh t) . \end{aligned}$$

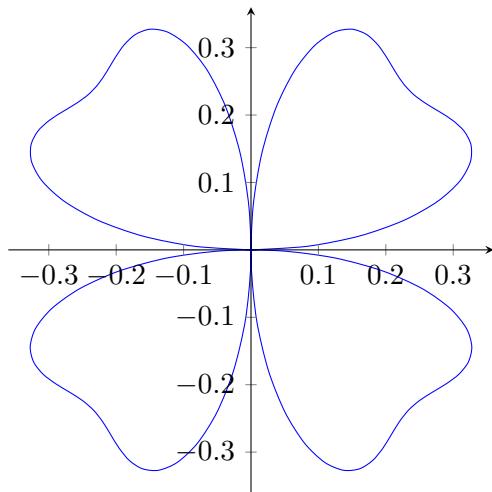
**Exercice 3.** Soit le chemin de  $\mathbf{R}^2$  donné en coordonnées polaires par

$$r(t) = t, \quad \theta(t) = t,$$

pour  $t \in [0, 4\pi]$ .

1. Esquisser ce chemin.
2. Calculer la longueur de ce chemin.

**Exercice 4.** Soit  $\gamma$  la courbe représentée par le dessin du trèfle,



dont une paramétrisation est donnée en coordonnées polaires par :

$$\begin{aligned}\gamma : [0, 2\pi) &\rightarrow \mathbf{R}^+ \times [0, 2\pi) \\ t &\mapsto (\sin(t) \cos(t) h(t), t) ,\end{aligned}$$

avec

$$\begin{aligned}h : [0, 2\pi) &\rightarrow \mathbf{R}^+ \\ t &\mapsto 1 + \frac{1}{2} \cos(4t) .\end{aligned}$$

Calculer l'intégrale

$$I = \int_{\gamma} f \cdot ds ,$$

pour  $f$  donnée par :

$$\begin{aligned}f : \mathbf{R}^2 &\rightarrow \mathbf{R}^2 \\ (x, y) &\mapsto \left( -\frac{y}{x^2 + y^2}, \frac{x}{x^2 + y^2} \right) .\end{aligned}$$

**Exercice de mécanique.** Soit  $f$  l'unique force agissant sur une particule ponctuelle de masse  $m$ . Montrer que, en mécanique classique, le travail de  $f$  est égal à la variation de l'énergie cinétique de la particule.